ТДУ(УДК): 519.8+338.431(575.3) DOI: 10.65599/III2540

АМСИЛАҲОИ ХАТТӢ, ДАРАҶАВӢ, ЭКСПОНЕНСИАЛӢ ВА ЛОГИСТИКӢ ДАР ТАСВИРИ ДИНАМИКАИ АФЗОИШИ ВАЗНИ ЗИНДАИ МУРҒИ МАРҶОН

Ф.С. Комилиён, Д.И. Солиҳзода

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Барои тасвир ва пешгӯии раванди афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон бо истифода аз усули таҳлили муқоисавӣ аз байни панҷ амсилаи математикии хаттӣ, дараҷавӣ ($r = 0{,}5$; $r = 2$), экспоненсиалӣ ва логистикӣ амсилаи беҳтарин муайян карда шудааст. Тибқи таҳлилҳо беҳтарин амсила амсилаи логистикӣ дониста шудааст. Зеро он раванди сершавии физиологӣ ва марҳилаҳои алоҳидаи кинетикаи афзоиши вазни зиндаро дуруст инъикос карда, графикаш нуқтаи қатшавӣ дорад.

Калидвожаҳо: *амсилаи математикӣ, функсияи хаттӣ, функсияи дараҷавӣ, функсияи экспоненсиалӣ, функсияи логистикӣ, мурғи марҷон, зот, динамикаи афзоиш, вазни зинда, тасвир, таҳлил, таҳқиқ, пешгӯӣ.*

ЛИНЕЙНАЯ, СТЕПЕННАЯ, ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ И ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛИ В ОПИСАНИИ ДИНАМИКИ РОСТА БИОМАССЫ ИНДЕЙКИ

Ф.С. Комилиён, Д.И. Солихзода

Для описания и прогнозирования процесса роста живой массы индейки была определена наилучшая модель из пяти математических моделей: линейной, степенной (r=0,5; r=2), экспоненциальной и логистической. Согласно анализу, наилучшей моделью оказалась логистическая модель, поскольку она корректно отражает процесс физиологического насыщения и отдельные фазы кинетики роста живой массы, а на ее графике имеется точка перегиба.

Ключевые слова: *математическая модель, линейная функция, степенная функция, экспоненциальная функция, логистическая функция, индейка, порода, динамика роста, биомасса, описание, анализ, исследование, прогнозирование.*

LINEAR, POWER-LAW, EXPONENTIAL AND LOGISTIC MODELS IN DESCRIPTION OF TURKEY BIOMASS GROWTH DYNAMICS

F.S. Komiliyon, D.I. Solihzoda

To describe and predict the process of live weight growth in turkeys, the best model was determined from five mathematical models: linear, power-law (r=0.5; r=2), exponential, and logistic. According to the analysis, the logistic model was the best, as it accurately reflects the process of physiological saturation and individual phases of live weight growth kinetics, and its graph contains an inflection point.

Keywords: *mathematical model, linear function, power-law function, exponential function, logistic function, turkey, breed, growth dynamics, biomass, description, analysis, research, forecasting.*

Муқаддима

Усулҳои амсиласозии математикӣ дар тасвир ва таҳлили динамикаи рушди синнусолии массаи биологии популятсияҳо ба таври васеъ истифода бурда мешаванд. Масалан, дар тасвир, пешгӯӣ ва арзёбии хусусиятҳои синнусолии динамикаи афзоиши вазни зинда ва маҳсулнокии популятсияи парандаҳо бештар аз амсилаҳои математикии маъруф ва маъмули Пюттер [1], Берталанффи [2], Бриҷес [3], Меншуткин [4], Мак-Миллан [5] ва дигар амсиласозони машҳури ҷаҳонӣ истифода мебаранд.

Мо низ зимни баргузории таҳқиқҳои қаблии худ, вобаста ба омӯзиш ва арзёбии маҳсулнокии мурғи марҷон [6-7], моҳӣ [8-11], занбӯри асал [12] ва дигар намудҳои биологӣ, амсилаҳои мазкурро мавриди истифода ва таҳлили математикии ҳамаҷониба қарор дода будем. Дар таҳқиқоти мазкур бошад, тасмим гирифтем, ки тасвири хусусиятҳои синнусолии динамикаи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро бо истифода аз имконоти таҳлилии амсилаҳои математикии маъмул ва аз ҷиҳати сохтор нисбатан сода анҷом диҳем. Аз ин рӯ, ба сифати объекти таҳқиқотӣ, мо дар ин маврид, амсилаҳои математикии хаттӣ, дараҷавӣ, экспоненсиалӣ ва логистикиро интихоб кардем.

Дараҷаи татбиқшавандагӣ ва арзиши таҳқиқотии ин амсилаҳоро мо пештар зимни омӯзиш ва арзёбии динамикаи синнусолии афзоиши массаи биологии гулмоҳӣ [2; 10-11] низ санҷида будем. Дар ин ҷо мехоҳем, ки бо ёрии ин афзорҳои таҳқиқотӣ аз нав хусусиятҳои синнусолии динамикаи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро арзёбӣ кунем ва дар хусуси татбиқшавандагӣ ё татбиқнашавандагии онҳо итминони комил ҳосил кунем.

Амсилаи хаттӣ. Намуди умумии амсилаи математикии дар асоси функсияи хаттӣ сохташуда, ки дар тасвир ва ҳисобкунии динамикаи рушди вазни зиндаи индивиди гулмоҳӣ ва дигар намудҳои биологӣ истифода шудааст [2; 4; 11], чунин аст:

$$M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \frac{t}{t_{max}}. \quad (1)$$

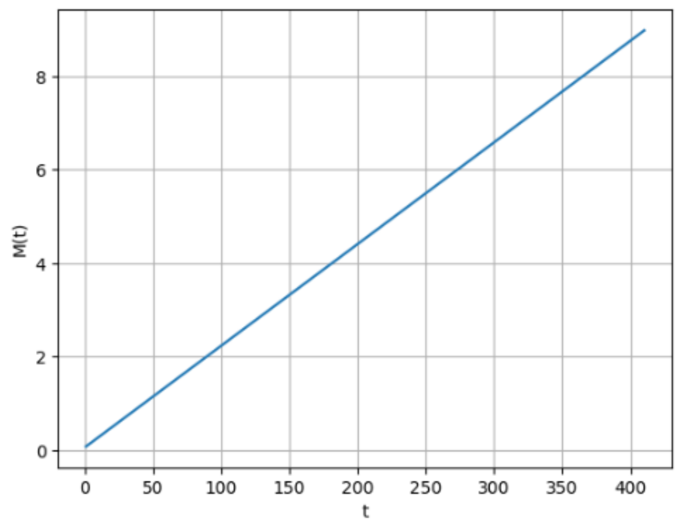
Ишораҳои математикии формулаи (1) $(M(t), M_0, M_{max}, t, t_0, t_{max})$, ки дар таҳқиқоти мо тамоюли афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷонро ифода менамоянд, дорои маънои математикию биологии зерин мебошанд:

$M(t)$ – қимати вазни зиндаи ҳисобшавандаи индивиди мурғи марҷон дар лаҳзаи вақти додашудаи марҳилаи умумии парвариши $t \in [t_0; t_{max}]$;

$M_0 = M(t_0)$ – қимати аввалаи вазни зиндаи индивиди алоҳидаи мурғи марҷон дар ибтидои марҳилаи умумии парвариш $t = t_0$ (ё вазни зиндаи миёнаи мурғони марҷони синну соли додашуда дар интиҳои вақти зермарҳилаи қаблии парвариш);

$M_{max} = M(t_{max})$ – қимати максималии вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон дар интиҳои марҳилаи умумии парвариш $t = t_{max}$.

Дар расми 1 динамикаи афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон $M(t)$ дар масири марҳилаи умумии парвариши $[t_0; t_{max}]$ мутобиқан ба қимати таҷрибавии бузургиҳои амсилавӣ $t_0 = 1$; $t_{max} = 410$; $M_0 = 0{,}0582$; $M_{max} = 8{,}98$ тасвир ёфтааст [6; 13].



Расми 1 – Графики амсилаи математикии хаттӣ оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон

Махсусияти функсияи хаттии амсилаи математикии (1) дар он зоҳир гардидааст, ки тибқи тасвири графикии он (расми 1) вазни амсилавии индивиди мурғи марҷон дар фосилаи вақти парвариш $t_0 \le t \le t_{max}$ мутлақо хаттӣ (пайвастаи қатъӣ) афзоиш ёфтааст. Натиҷаи мазкур аз табиати хосиятҳои математикии худи функсияи хаттӣ бармеояд. Аммо, фавран бояд изҳор дошт, ки тамоюли мазкури афзоиши амсилавии вазни зинда ба хусусиятҳои физиологӣ ва суръати афзоиши воқеии массаи биологии мурғи марҷон ва умуман, кулли парандагон тамоман мувофиқат намекунад.

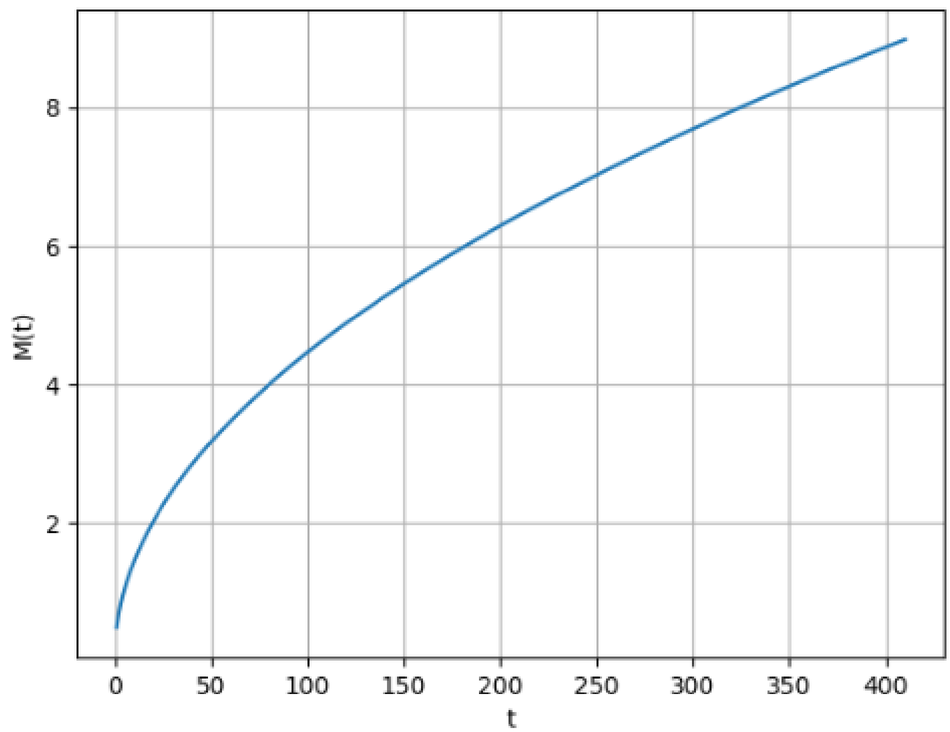
Амсилаи дараҷавӣ. Намуди умумии амсилаи математикии дар асоси функсияи дараҷавӣ амалкунанда, ки дар тасвир ва ҳисобкунии динамикаи рушди вазни зиндаи индивиди алоҳидаи мурғи марҷон ва дигар намудҳои биологӣ истифода шудааст, чунин аст [2; 4; 11]:

$$M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^r. \quad (2)$$

Тавре аз намуди умумии амсилаи математикии дараҷавӣ (2) дида мешавад, он аз рӯйи сохтор аз амсилаи математикии хаттӣ (1) танҳо бо иловаи нишондиҳандаи дараҷаи функсия r фарқ мекунад. Маънои математикию биологии ишораҳои дар формулаи (2) истифодашуда $M(t), M_0, M_{max}, t$, t_0, t_{max} низ тамоюли афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон $M(t)$-ро дар фосилаи вақти парвариш $t_0 \le t \le t_{max}$ ба монанди ҳамин гуна ишораҳои математикии дар формулаи (1) истифодашуда ифода менамоянд.

Зимни татбиқи функсияи дараҷавӣ (2) тамоюли рушди графикии вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон метавонад аз рӯйи яке аз ду сенария амалӣ шавад: нишондиҳандаи дараҷаи функсия $r < 1$ (ҳолати нисбатан сусти афзоиши вазни зинда) ва нишондиҳандаи дараҷаи функсия $r > 1$ (ҳолати босуръати афзоиши вазни зинда).

Масалан, дар расми 2 тасвири графикии фуксияи дараҷавӣ ҳолати нишондиҳандаи дараҷа $r = 0{,}5$ будан $\left[M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^{0{,}5}\right]$-ро барои қиматҳои таҷрибавии $t_0 = 1;\ t_{max} = 410;\ 1 \le t \le 410;\ M_0 = 0{,}0582;\ M_{max} = 8{,}98$ муаррифӣ намудааст [6; 13]:



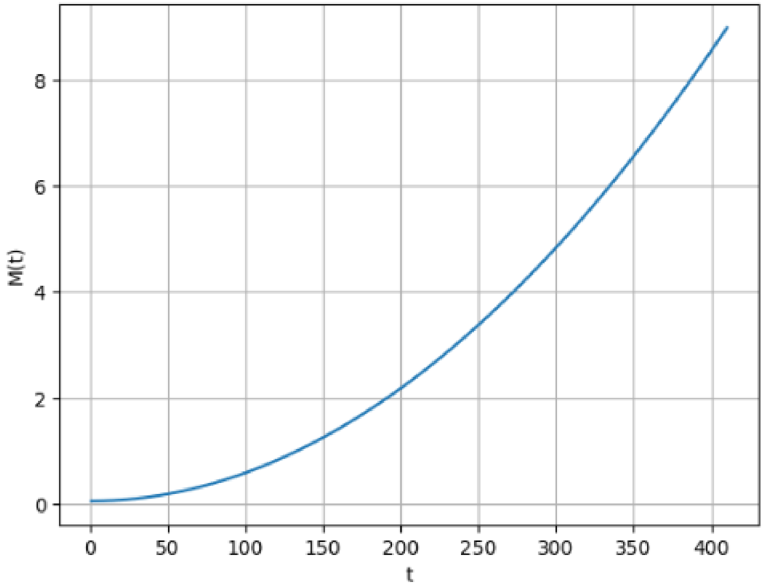
Расми 2 – Графики амсилаи математикии дараҷавӣ ($\boldsymbol{r = 0,5}$)*оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон*

Аз тасвири графикии функсияи дараҷавӣ (расми 2) дида мешавад, ки дар мавриди қимати бузургиҳои амсилавӣ $M(t_0) = M_0$ ва $M(t_{max}) = M_{max}$ ва нишондиҳандаи дараҷаи функсия $r = 0{,}5$ будан, вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон $M(t)$ дар ибтидои марҳилаи парвариш босуръат афзоиш ёфта, бо гузашти вақти муайян афзоиши он тадриҷан суст гаштааст, ки ин хосси афзоиши массаи биологии парандагон намебошад.

Дар расми 3 бошад, графики фуксияи дараҷавӣ барои ҳолати $r = 2$ ва қиматҳои қаблии бузургиҳои амсилавӣ:$t_0 = 1;\ t_{max} = 410;\ M_0 = 0{,}0582;$

$M_{max} = 8{,}98$ тасвир ёфтааст $\left[M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^{2}\right]$.

Аз тасвири графикии мазкури фуксияи дараҷавӣ (расми 3) аён аст, ки афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон $M(t)$ аз нуқтаи $M(t_0) = M_0$ оғоз ёфта, дар нуқтаи $M(t_{max}) = M_{max}$ ба анҷом расидааст. Функсия дар ин маврид (ҳолати $r = 2$) рушди графикии босуръати (параболикии) вазни зиндаи мурғи марҷонро таъмин намуда, дар фосилаи вақти $t_0 \le t \le t_{max}$ мунтазам афзудааст, ки ин тамоюл низ ба хусусияти афзоиши воқеии массаи биологии парандагон мухолифат дорад.



Расми 3 – Графики амсилаи математикии дараҷавӣ $(\boldsymbol{r}=\mathbf{2})$*оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон*

Амсилаи экспоненсиалӣ. Сохтори математикии амсилаи дар асоси функсияи экспоненсиалӣ коркунанда, ки барои тасвир ва ҳисобкунии динамикаи рушди вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон ва дигар намудҳои биологӣ истифода шудааст, аз сохтори математикии амсилаҳои хаттӣ ва дараҷавии қаблан баррасишуда куллан фарқ мекунад [2; 4; 11]:

$$M(t)=M_0\cdot e^{\ell_1 t}, \ell_1=\frac{1}{t_{max}}\cdot\ln\frac{1}{M_0}. \qquad (3)$$

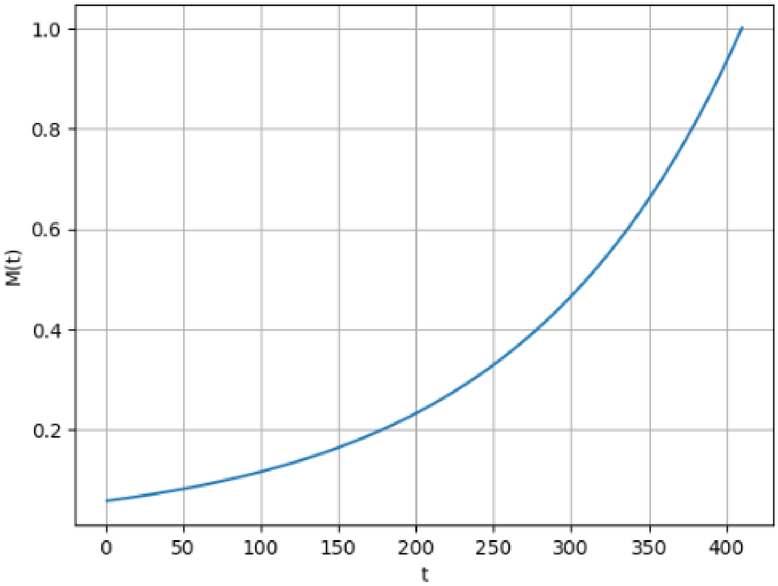
Аммо маънои математикию биологии ишораҳои дар формулаи (3) истифодашуда $M(t), M_0, t, t_0, t_{max}$, ки тамоюли афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон $M(t)$-ро дар фосилаи вақти парвариш $t_0\le t\le t_{max}$ амсиласозӣ мекунанд, аз маънои ҳамин гуна ишораҳои математикии дар формулаҳои (1) ва (2) истифодашуда ягон фарқ надорад.

Дар мавриди бо ёрии амсилаи экспоненсиалӣ ҳал намудани масъалаи таҳқиқотӣ суръати афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон ба мисли ҳолати қаблии $r=2$ (амсилаи дараҷавӣ) ба таври монотонӣ меафзояд. Вале тамоюли афзоиш характери экспоненсиалӣ дорад, яъне дар ибтидои марҳилаи парвариш суръати афзоиши вазни зинда сусттар сурат гирифта, зимни ба интиҳои марҳилаи парвариш наздик шудан, хусусияти тезшавӣ ба худ пайдо мекунад.

Дар расми 4 графики функсияи экспоненсиалӣ, ки дар заминаи рамзҳои барномавии зерини забони барномасозии объектгарои Python ҳосил шудааст, барои фосилаи вақти $1\le t\le 410$ ва қимати аввалаи вазни зиндаи индивиди мурғи марҷони зоти сафеди синапаҳн $M_0=0{,}0582$ дар ибтидои марҳилаи парвариш тасвир ёфтааст [6; 13]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
t0 = 1
t_max = 410
M0 = 0.0582
l1 = (1 / t_max) * np.log(1 / M0)
t = np.linspace(t0, t_max, 500)
M = M0 * np.exp(l1 * t)
plt.figure(figsize=(7, 4.5))
plt.plot(t, M, label=r"$M(t)=M_0 e^{l_1 t}$")
plt.xlabel("t")
```

```
plt.ylabel("M(t)")
plt.title("Графики функсияи экспоненсиалӣ")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```



Расми 4 – Графики амсилаи математикии экспоненсиалӣ оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон

Қимати ададии параметри $\ell_1 = \frac{1}{t_{max}} \cdot \ln\frac{1}{M_0}$ амсилаи математикии (3) бо ёрии барномаи компютерии болоӣ ҳисоб шудааст: $\ell_1 \approx 0{,}00694$.

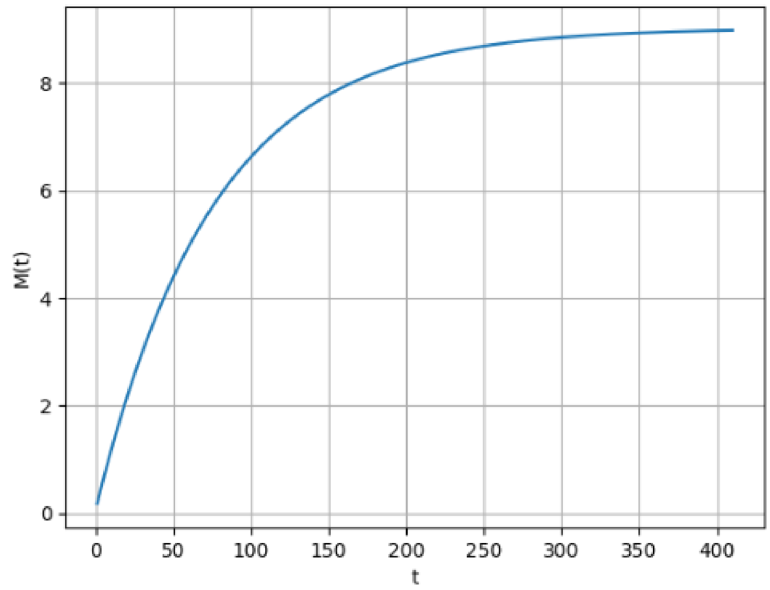
Амсилаи логистикӣ. Сохтори математикии амсилае дар асоси функсияи логистикӣ амалкунанда низ, ки барои тасвир ва ҳисобкунии динамикаи рушди вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон ва индивидҳои дигар намудҳои биологӣ истифода шудааст, аз сохтори математикии ҳар се амсилаи (хаттӣ, дараҷавӣ, экспоненсиалӣ) қаблӣ фарқ дорад [2; 4; 11]:

$$M(t) = M_0 + (M_D - M_0) \cdot \left(1 - e^{-\ell_2 t}\right), \ell_2 = -\frac{1}{t_{max}} \cdot \ln\frac{M_D - M_{max}}{M_D - M_0}; \qquad (4)$$

Маънои математикию биологии ишораҳои дар формулаи (4) баррасишуда $M(t), M_0, M_{max}, t, t_0, t_{max}$ низ (ба истиснои ишораи M_D), ба мисли ҳамин гуна ишораҳои математикии дар формулаҳои (1)-(3) татбиқшуда, тамоюли афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон $M(t)$-ро дар фосилаи вақти парвариш $t_0 \leq t \leq t_{max}$ амсиласозӣ мекунанд. Ишораи M_D қимати дефинитивии вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон ё ҳадди синнусолии вазни зиндаи онро муаррифӣ менамояд, ки зимни ба он расидани $M(t)$ суръати афзоиши вазни зинда тамоман қатъ мегардад.

Ҳамин тариқ, дар сурати татбиқи компютерии функсияи логистикӣ (4), бо болоравии синну соли амсилавии индивиди мурғи марҷон суръати афзоиши вазни зиндаи он тадриҷан коҳиш ёфта, зимни ба ҳадди генетикӣ (қимати дефинитивӣ M_D) расидани вазни зинда, суръати афзоиши он қатъ мегардад. Яъне, тамоюли логистикии инкишоф нисбат ба тамоюли инкишофи бо ёрии дигар функсияҳо (хаттӣ, дараҷавӣ ва экспоненсиалӣ) ҳосилшуда раванди амсилавии афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро беҳтар рӯнамоӣ мекунад.

Дар расми 5 тасвири графикии натиҷаи амалкарди компютерии амсилаи математикии $M(t) = M_0 + (M_D - M_0) \cdot \left(1 - e^{-\ell_2 t}\right)$, ки параметри ℓ_2 бо ёрии формулаи $\ell_2 = -\frac{1}{t_{max}} \cdot \ln\frac{M_D - M_{max}}{M_D - M_0}$ ($\ell_2 \approx 0{,}01320$) ҳисоб карда шудааст, барои қиматҳои таҷрибавии зерини вазни зиндаи мурғи марҷони зоти сафеди синапаҳн [6; 13]: $M_0 = 0{,}0582$; $M_{max} = 8{,}98$; $M_D = 9{,}02$ дар фосилаи вақти парвариши $1 \le t \le 410$ инъикос ёфтааст.



Расми 5 – Графики амсилаи математикии логистикӣ оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон

Таҳлили қиёсии амсилаҳо. Ҳадафи таҳлили қиёсӣ ба муайян кардани амсилае равона шудааст, ки он динамикаи биологии афзоиши вазни мурғи марҷонро беҳтар тавсиф мекунад ва барои пешгӯии раванди вазнгирӣ бештар мувофиқ аст. Бо ин мақсад, мо дар қадами навбатии таҳқиқот барои аз байни панҷ амсилаи математикии баррасишудаи хаттӣ, дараҷавӣ ($r = 0{,}5$ ва $r = 2$), экспоненсиалӣ ва логистикӣ, ки маҳз онҳо барои тасвир ва пешгӯии раванди афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон интихоб шудаанд, бо истифода аз усули таҳлили қиёсии математикию биологӣ амсилаи беҳтарини таҳқиқотиро муайян кардем. Таҳлили қиёсии байни амсилаҳо зимни $t_0 \le t \le t_{max}, M_0 = M(t_0), M_{max} = M(t_{max})$, дар асоси маълумоти таҷрибавӣ оид ба мурғи марҷони зоти сафеди синапаҳн гузаронида шудааст [6; 13]: $t_0 = 1$; $t_{max} = 410$; $M_0 = 0{,}0582$; $M_{max} = 8{,}98$; $M_D = 9{,}02$.

Меъёрҳои муқоиса барои татбиқшавандагии амсилаҳои таҳқиқотӣ тибқи хосиятҳои математикӣ ва биологии зерини онҳо муайян карда шудааст:

- *хосиятҳои математикӣ:* мавҷудияти асимптотаи наздикшавии вазни зинда, монотонӣ будан ё набудани функсияи амсилавӣ, мавҷудияти нуқтаи қатшавӣ дар каҷхаттаи графики функсия, мувофиқати байни натиҷаҳои амсилавӣ ва таҷрибавӣ ($M(t_0) = M_0, M(t_{max}) = M_{max}$) дар ибтидо ва интиҳои марҳилаи парвариш ($t = t_0; t = t_{max}$), устувории амсила ба экстраполятсия;
- *хосиятҳои биологӣ:* мавҷудияти фазаҳои афзоиши вазни зинда (барвақт → шадид → сустшавӣ) дар каҷхаттаи графики функсия, сершавии физиологӣ ё ба балоғат расидани индивид ($M(t) \to M_D$; ҳангоми $t \to \infty, \frac{dM}{dt} \to 0$; пас аз нуқтаи қатшавии график ивазшавии афзоиши суръатнок ба суст), имконияти тафсиршавандагии параметрҳои амсила, мувофиқати амсила барои пешгӯии вазни зинда дар охири марҳилаи парвариш ва ғайра.

Таҳлили амсилаи хаттии $M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \frac{t}{t_{max}}$ аз рӯйи графики он (расми 1):

Аз нуқтаи назари математикӣ ва мувофиқи хосиятҳои функсияи мазкур суръати афзоиши вазни зинда дар тамоми марҳилаи парвариш бузургии доимӣ мебошад: $\frac{dM}{dt} = \frac{M_{max} - M_0}{t_{max}} = \frac{8{,}9218}{410} \approx 0{,}0218\ \frac{\text{кг}}{\text{шб}}$. Дар графики он нуқтаи қатшавӣ вуҷуд надорад. Барои наздикшавии вазни зинда ба вазни максималӣ асимптота муайян карда нашудааст.

Аз ҷиҳати биологӣ афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон дар масири марҳилаи парвариш номунтазам тақсим шудааст, ки аз номувофиқатии амсилаи математикии мазкур барои ҳалли масъалаи таҳқиқотӣ дарак медиҳад.

Таҳлили амсилаи дараҷавии $M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^{0,5}$:

Мувофиқи каҷхаттаи графики функсияи дараҷавӣ (расми 2), дар ҳолати $r = 0,5$ будан, вазни зиндаи амсилавии мурғи марҷон дар ибтидои марҳилаи парвариш $t = t_0$ дорои оғози суръатнок $\left[\frac{dM}{dt} = \frac{M_{max}-M_0}{2\sqrt{t_{max}}} t^{-0,5}\right]$, дар мобайни марҳила – суръати пастшаванда, дар интиҳои марҳила дорои «норасоии сершавии физиологӣ» мебошад. Каҷхаттаи график ҳамеша ба поён фурӯхамида аст, он нуқтаи қатшавӣ надорад. Гарчанде қисман тамоюли рушди барвақтии вазни зиндаро инъикос намояд ҳам, вале он на дар тамоми масири каҷхатта ба чашм мерасад.

Таҳлили амсилаи дараҷавии $M(t) = M_0 + (M_{max} - M_0) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^2$:

Мувофиқи хосиятҳои амсилаи дараҷавӣ, дар ҳолати $r = 2$ будан, суръати афзоиши вазни зинда $\frac{dM}{dt} = 2(M_{max} - M_0)\frac{t}{t_{max}{}^2}$ дар тамоми марҳилаи парвариш фақат меафзояд. Дар каҷхаттаи графики функсия (расми 3) нуқтаи қатшавӣ дида намешавад, оғози афзоиши вазни зинда бисёр суст сурат гирифта, тезшавии суръати афзоиш дар охири марҳилаи парвариш ба вуҷуд омадааст. Наздикшавии вазни зинда ба ҳадди максималии вазн ба чашм намерасад. Ҳамаи ин далелҳо аз он гувоҳӣ медиҳанд, ки амсилаи математикии дараҷавӣ ($r = 2$) барои ҳалли масъалаи таҳқиқотӣ мувофиқ намебошад.

Таҳлили амсилаи экспоненсиалии $M(t) = M_0 \cdot e^{\ell_1 t}, \ell_1 = \frac{1}{t_{max}} \cdot ln\frac{1}{M_0}$:

Аз тасвири графикии каҷхаттаи функсияи мазкур (расми 4) дида мешавад, ки дар ин маврид афзоиши амсилавии вазни зиндаи мурғи марҷон бидуни ягон маҳдудият боло рафтааст, нуқтаи қатшавӣ дида намешавад. Дар интиҳои марҳилаи парвариш, вазни синнусолии мурғи марҷон аз ҳад зиёд арзёбӣ гаштааст. Аммо ин гуна тамоюлот, дар муҳити воқеии табиӣ барои вазнгирии мурғи марҷон аз ҷиҳати биологӣ ғайриимкон мебошад.

Таҳлили математикии амсила низ нишон дод, ки зимни $\ell_1 = \frac{1}{t_{max}} \cdot \ln\frac{1}{M_0} \approx \frac{\ln(17,18)}{410} \approx 0,007$ будан, суръати афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон $\frac{dM}{dt} = \ell_1 M(t)$ аст, ки ин бори дигар ба тарзи экспоненсиалӣ зиёд шудани вазни зиндаро собит месозад.

Таҳлили амсилаи логистикии $M(t) = M_0 + (M_D - M_0) \cdot \left(1 - e^{-\ell_2 t}\right)$, $\ell_2 = -\frac{1}{t_{max}} \cdot ln\frac{M_D - M_{max}}{M_D - M_0}$:

Мувофиқи иттилооти графикии амсилаи мазкур каҷхаттаи он s-шакли нопурра (расми 5) буда, вазни зиндаи амсилавии мурғи марҷон пас аз нимаи дуюми марҳилаи парвариш ба тарзи асимптотикӣ ба қимати M_D наздик мешавад. Графики функсияи логистикӣ дорои нуқтаи қатшавӣ мебошад.

Дар амсилаи логистикии $M(t) = M_0 + (M_D - M_0) \cdot \left(1 - e^{-\ell_2 t}\right)$, ки параметри ℓ_2 бо ёрии формулаи $\ell_2 = -\frac{1}{t_{max}} \cdot \ln\frac{M_D - M_{max}}{M_D - M_0}$ ҳисоб карда мешавад, «доимии интегралии суръати афзоиши биологӣ» ном дорад. Дар амсила параметри мазкур муайян мекунад, ки узви экспоненсиалии он то кадом андоза зуд коҳиш меёбад. Он инчунин, суръати афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро назорат мекунад, ки вазн то кадом андоза ба асимптотаи худ M_D наздик мешавад. Ин параметр ба мавқеи ҷойгиршавии нуқтаи каҷшавии графики функсия ва бузургии афзоиши максималии вазни зинда низ таъсир мерасонад.

Ҳоло пай дар пай қимати параметри ℓ_2-ро ҳисоб мекунем: $\frac{M_D - M_{max}}{M_D - M_0} = \frac{9,02 - 8,98}{9,02 - 0,0582} = \frac{0,12}{8,9618} = 0,0134$; $\ln(0,0134) \approx -4,3125$; $\ell_2 = -\frac{1}{410} \cdot \ln(0,0134)$

$\approx -0,002439 \cdot (-4,3125) \approx 0,010518 \ \frac{1}{\text{шб}}$.

Мавқеи нуқтаи қатшавии графики функсия барои логистика чунин ёфта мешавад: $t_{қат} = \frac{\ln(2)}{\ell_2} \approx \frac{0{,}693147}{0{,}010518} \approx 65{,}901$ шб (яъне мавқеи нуқтаи қатшавӣ тақрибан ба рӯзҳои 66-70-уми марҳилаи парвариш рост меояд).

Суръати максималии афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон бо чунин тарз ҳисоб карда мешавад: $\frac{dM}{dt} = \frac{(M_D - M_0)\cdot \ell_2}{4} \approx \frac{8{,}9618\cdot 0{,}010518}{4} \approx 0{,}02356 \frac{кг}{шб}$.

Таҳлилҳои биологии каҷхаттаи графики функсияи логистикӣ (расми 5) низ собит месозанд, ки амсила фазаҳои афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро дуруст муайян мекунад. Аммо, мутаассифона, каҷхаттаи график нисбат ба тири вақт t симметрӣ ҷойгир шудааст. Ваҷҳи мазкур аз он далолат медиҳад, ки амсила онтогенези воқеии мурғи марҷонро дуруст инъикос карда наметавонад.

Ҳамин тариқ, таҳлилҳои муқоисавии математикӣ ва биологӣ нишон доданд, ки амсилаҳои хаттӣ, дараҷавӣ ($r = 0{,}5$; $r = 2$) ва экспоненсиалӣ талаботи биологии тасвир ва тавсифи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро қонеъ намекунанд. Ягона амсилае, ки сершавии физиологӣ ва марҳилаҳои алоҳидаи афзоиши вазни зиндаро ба қадри имкон дуруст инъикос карда метавонад, функсияи логистикӣ мебошад. Аз ин рӯ, дар байни панҷ амсилаи баррасишуда амсилаи логистикӣ афзори таҳқиқотии мувофиқтарин ҳисоб карда шудааст.

Хулосаҳо

Дар рафти таҳқиқот маълум гардид, ки бо истифода аз усули таҳлили муқоисавӣ аз байни якчанд амсилаи математикии додашуда амсилаи мувофиқтаринро барои тасвир ва пешгӯии раванди афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон муайян кардан мумкин аст. Дурустии ин нуктаро таҳлилҳои математикӣ ва биологии баргузоршуда тасдиқ намуданд.

Таҳлилҳо нишон доданд, ки амсилаҳои хаттӣ, дараҷавӣ ($r = 0{,}5$; $r = 2$) ва экспоненсиалӣ талаботи биологии тавсифи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро қонеъ намекунанд. Ягона амсилае, ки раванди сершавии физиологӣ ва марҳилаҳои алоҳидаи кинетикаи афзоиши вазни зиндаро дуруст инъикос карда метавонад ва графикаш нуқтаи қатшавӣ дорад, функсияи логистикӣ мебошад. Графики дигар амсилаҳо ё нуқтаи қатшавӣ надоранд ё динамикаи нодурусти биологиро пешниҳод мекунанд. Бинобар ин, дар байни панҷ амсилаи баррасишуда амсилаи логистикӣ беҳтарин афзори таҳқиқотӣ дониста шудааст.

Муқарриз: Ҷалолов У.Х.– н.и.т., дотсенти кафедраи АРТваИ-и ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ.

Адабиёт

1. *Prasad, Shiv.* Mathematical model for annual egg production curves of chicken [Text] / Shiv Prasad, D.P. Singh // Indian Journal of Poultry Science. – 2008. – Vol. 43. – No. 3. – P. 293-295.
2. *Комилиён, Ф. С.* Амсиласозии компютерии ҳаёти гулмоҳӣ дар бассейн [Матн] / Ф.С. Комилиён, Ф.Т. Шамсов. – Душанбе: Ирфон, 2021. – 140 с. – EDN: IPOOTB.
3. *Кучер, Е. А.* Математическое моделирование динамики роста и продуктивности кур кроссов «Хайсекс браун» и «Ломанн браун» [Текст] / Е.А. Кучер, М.В. Пасечник // Технологический аудит и резервы производства. – 2016. – № 4/2 (30). – С. 38-44. – DOI: 10.15587/2312-8372.2016.72833.
4. *Меншуткин, В. В.* Искусство моделирования (экология, физиология, эволюция) / В.В. Меншуткин. – СПб.: «Петрозаводск», 2010. – 416 с.
5. *Комилиён, Ф. С.* Мутобиқгардонии амсилаи математикии Мак-Миллан барои таҳқиқи сатҳи сертухмии мурғи марҷон [Матн] / Ф.С. Комилиён, Д.И. Солиҳзода, И.М. Саидзода // Илм ва инноватсия. Бахши илмҳои геологӣ ва техникӣ. – 2025. – № 2. – С. 137-146. – EDN: IAOORT.
6. *Солиҳзода, Д. И.* Асосҳои биологӣ ва иқтисодии амсиласозии популятсияи мурғи марҷон [Матн] / Д.И. Солиҳзода // Паёми донишгоҳи омӯзгорӣ. Бахши илмҳои табиӣ. – 2024. – № 4 (24). – С. 218-227. – EDN: SBVHXV.
7. *Комилиён, Ф. С.* Технологияҳои амсиласозии марҳилаҳои ҳаёти популятсияи мурғи марҷон [Матн] / Ф.С. Комилиён, Д.И. Солиҳзода // Фурӯғи илм. – 2024. – № 3. – С. 32-40. – EDN: KQSOZL.
8. *Воинов, А. А.* Моделирование экосистемы водохранилищ реки Вахш [Текст] / А.А. Воинов, Ф.С. Комилов. – Душанбе: ТаджикНИИНТИ, 1985. – 39 с. – EDN: HPLRRU.
9. *Зайнудинов, С. З.* Разработка концептуальной модели экосистемы рыбоводного пруда и её исследование на качественную устойчивость [Текст] / С.З. Зайнудинов, Ф.С. Комилов, С.Х. Мирзоев, Ф. Акобирзода // Интерактивная наука. – 2016. – № 4. – С. 18-22. – EDN: WACTZB.

10. *Комилиён, Ф. С.* Мушкилоти амсиласозии математикӣ ва компютерии экосистемаҳои махзанҳои обӣ дар Тоҷикистон ва арзёбии динамикаи захираҳои биологии онҳо [Матн] / Ф.С. Комилиён // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои иҷтимоӣ-иқтисодӣ ва ҷамъиятӣ. – 2023. – № S4-1. – С. 98-118. – EDN: TWXPOJ.

11. *Комилов, Ф. С.* Выбор функции роста форели рыбоводной бассейновой системы для математического моделирования её отдельного этапа жизненного цикла [Текст] / Ф.С. Комилов, Ф.Т. Шамсов // Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции. – 2019. – № 1 (45). – С. 37-42. – EDN: WJECML.

12. *Саидзода, И. М.* Барномасозии компютерии фаъолияти занбӯри асал вобаста ба таъсири бемориҳо ва зараррасонҳо [Матн] / И.М. Саидзода, Ф.С. Комилиён // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ. – 2024. – № 1. – С. 13-27. – EDN: PMYJCS.

13. *Бобозода, О. С.* Омӯзиши муқоисавии сифатҳои маҳсулнокии мурғи марҷони зоти сафеди қафасаи синапаҳм ва популятсияҳои маҳаллӣ дар шароити Ҷануби Тоҷикистон [Захираи электронӣ] // http://vakpoygohi dodaho.tj/koa/dissertatsiya/display.php (Санаи муроҷиат: 27.12.22).

МАЪЛУМОТ ДАР БОРАИ МУАЛЛИФОН - СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ – INFORMATION ABOUT AUTHORS

TJ	RU	EN
Комилиён Файзалӣ Саъдулло	Комилиён Файзали Саъдулло	Komiliyon Fayzali Sa′dullo
д.и.ф.-м., профессор	д.ф.-м.н., профессор	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон	Таджикский национальный университет	Tajik National University
E-mail: komfaiz@mail.ru		
ORCID: 0000-0002-1490-7848		
TJ	RU	EN
Солиҳзода Диловари Имомали	Солихзода Диловари Имомали	Solihzoda Dilovari Imomali
-	-	-
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон	Таджикский национальный университет	Tajik National University
E-mail: dilo1991dil@mail.ru		
ORCID: 0000-0003-3036-6882		